

**Nowa podstawa programowa z matematyki ( w liceum od 01.09.2012 r.)**

**IV etap edukacyjny**

**Cele kształcenia – wymagania ogólne**

<b>ZAKRES PODSTAWOWY</b>	<b>ZAKRES ROZSZERZONY</b>
<b>I. Wykorzystanie i tworzenie informacji.</b>	
Uczeń interpretuje tekst matematyczny. Po rozwiązaniu zadania interpretuje otrzymany wynik.	Uczeń używa języka matematycznego do opisu rozumowania i uzyskanych wyników.
<b>II. Wykorzystanie i interpretowanie reprezentacji.</b>	
Uczeń używa prostych, dobrze znanych obiektów matematycznych.	Uczeń rozumie i interpretuje pojęcia matematyczne oraz operuje obiektami matematycznymi.
<b>III. Modelowanie matematyczne.</b>	
Uczeń dobiera model matematyczny do prostej sytuacji i krytycznie ocenia trafność modelu.	Uczeń buduje model matematyczny danej sytuacji, uwzględniając ograniczenia i zastrzeżenia.
<b>IV. Użycie i tworzenie strategii.</b>	
Uczeń stosuje strategię, która jasno wynika z treści zadania.	Uczeń tworzy strategię rozwiązania problemu.
<b>V. Rozumowanie i argumentacja.</b>	
Uczeń prowadzi proste rozumowanie, składające się z niewielkiej liczby kroków.	Uczeń tworzy łańcuch argumentów i uzasadnia jego poprawność.

**Treści nauczania – wymagania szczegółowe**

<b>ZAKRES PODSTAWOWY</b>	<b>ZAKRES ROZSZERZONY</b>
<b>1. Liczby rzeczywiste. Uczeń:</b>	
1) przedstawia liczby rzeczywiste w różnych postaciach (np. ułamek zwykłego, ułamek dziesiętny okresowy, z użyciem symboli pierwiastków, potęg); 2) oblicza wartości wyrażeń arytmetycznych (wymiernych); 3) posługuje się w obliczeniach pierwiastkami dowolnego stopnia i stosuje prawa działań na pierwiastkach; 4) oblicza potęgi o wykładnikach wymiernych i stosuje prawa działań na potęgach o wykładnikach wymiernych; 5) wykorzystuje podstawowe własności potęg (również w zagadnieniach związanych z innymi dziedzinami wiedzy, np. fizyką, chemią, informatyką); 6) wykorzystuje definicję logarytmu i stosuje w obliczeniach wzory na logarytm iloczynu, logarytm ilorazu i logarytm potęgi o	spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto: 1) wykorzystuje pojęcie wartości bezwzględnej i jej interpretację geometryczną, zaznacza na osi liczbowej zbiory opisane za pomocą równań i nierówności typu: $ x - a  = b$ , $ x - a  < b$ , $ x - a  \geq b$ . 2) stosuje w obliczeniach wzór na logarytm potęgi oraz wzór na zamianę podstawy logarytmu.

<p>wykładniku naturalnym; 7) oblicza błąd bezwzględny i błąd względny przybliżenia; 8) posługuje się pojęciem przedziału liczbowego, zaznacza przedziały na osi liczbowej; 9) wykonuje obliczenia procentowe, oblicza podatki, zysk z lokat (również złożonych na procent składany i na okres krótszy niż rok).</p>	
<b>2. Wyrażenia algebraiczne. Uczeń:</b>	
<p>1) używa wzorów skróconego mnożenia na <math>(a \pm b)^2</math> oraz <math>a^2 - b^2</math>.</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto: 1) używa wzorów skróconego mnożenia na <math>(a \pm b)^3</math> oraz <math>a^3 \pm b^3</math>; 2) dzieli wielomiany przez dwumian <math>ax + b</math>; 3) rozkłada wielomian na czynniki, stosując wzory skróconego mnożenia lub wyłączając wspólny czynnik przed nawias; 4) dodaje, odejmuje i mnoży wielomiany; 5) wyznacza dziedzinę prostego wyrażenia wymiernego z jedną zmienną, w którym w mianowniku występują tylko wyrażenia dające się łatwo sprowadzić do iloczynu wielomianów liniowych i kwadratowych; 6) dodaje, odejmuje, mnoży i dzieli wyrażenia wymierne; rozszerza i (w łatwych przykładach) skraca wyrażenia wymierne.</p>
<b>3. Równania i nierówności. Uczeń:</b>	
<p>1) sprawdza, czy dana liczba rzeczywista jest rozwiązaniem równania lub nierówności; 2) wykorzystuje interpretację geometryczną układu równań pierwszego stopnia z dwiema niewiadomymi; 3) rozwiązuje nierówności pierwszego stopnia z jedną niewiadomą; 4) rozwiązuje równania kwadratowe z jedną niewiadomą; 5) rozwiązuje nierówności kwadratowe z jedną niewiadomą; 6) korzysta z definicji pierwiastka do rozwiązywania równań typu <math>x^3 = -8</math>; 7) korzysta z własności iloczynu przy rozwiązywaniu równań typu <math>x(x + 1)(x - 7) = 0</math>; 8) rozwiązuje proste równania wymierne, prowadzące do równań liniowych lub kwadratowych, np. <math display="block">\frac{x+1}{x+3} = 2, \quad \frac{x+1}{x} = 2x.</math></p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto: 1) stosuje wzory Viète'a; 2) rozwiązuje równania i nierówności liniowe i kwadratowe z parametrem; 3) rozwiązuje układy równań, prowadzące do równań kwadratowych; 4) stosuje twierdzenie o reszcie z dzielenia wielomianu przez dwumian <math>x - a</math>; 5) stosuje twierdzenie o pierwiastkach wymiernych wielomianu o współczynnikach całkowitych; 6) rozwiązuje równania wielomianowe dające się łatwo sprowadzić do równań kwadratowych; 7) rozwiązuje łatwe nierówności wielomianowe; 8) rozwiązuje proste nierówności wymierne typu: <math>\frac{x+1}{x+3} &gt; 2, \quad \frac{x+3}{x^2-16} &lt; \frac{2x}{x^2-4x},</math> <math display="block">\frac{3x-2}{4x-7} \leq \frac{1-3x}{5-4x};</math> 9) rozwiązuje równania i nierówności z wartością bezwzględną, o poziomie trudności nie wyższym, niż: <math display="block">  x+1 -2  = 3,  x+3  +  x-5  &gt; 12.</math></p>
<b>4. Funkcje. Uczeń:</b>	
<p>1) określa funkcje za pomocą wzoru, tabeli, wykresu, opisu słownego;</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p>

<p>2) oblicza ze wzoru wartość funkcji dla danego argumentu. Posługuje się poznanymi metodami rozwiązywania równań do obliczenia, dla jakiego argumentu funkcja przyjmuje daną wartość;</p> <p>3) odczytuje z wykresu własności funkcji (dziedzinę, zbiór wartości, miejsca zerowe, maksymalne przedziały, w których funkcja maleje, rośnie, ma stały znak; punkty, w których funkcja przyjmuje w podanym przedziale wartość największą lub najmniejszą);</p> <p>4) na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykresy funkcji <math>y = f(x + a)</math>, <math>y = f(x) + a</math>, <math>y = -f(x)</math>, <math>y = f(-x)</math>;</p> <p>5) rysuje wykres funkcji liniowej, korzystając z jej wzoru;</p> <p>6) wyznacza wzór funkcji liniowej na podstawie informacji o funkcji lub o jej wykresie;</p> <p>7) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji liniowej;</p> <p>8) szkicuje wykres funkcji kwadratowej, korzystając z jej wzoru;</p> <p>9) wyznacza wzór funkcji kwadratowej na podstawie pewnych informacji o tej funkcji lub o jej wykresie;</p> <p>10) interpretuje współczynniki występujące we wzorze funkcji kwadratowej w postaci kanonicznej, w postaci ogólnej i w postaci iloczynowej (o ile istnieje);</p> <p>11) wyznacza wartość najmniejszą i wartość największą funkcji kwadratowej w przedziale domkniętym;</p> <p>12) wykorzystuje własności funkcji liniowej i kwadratowej do interpretacji zagadnień geometrycznych, fizycznych itp. (także osadzonych w kontekście praktycznym);</p> <p>13) szkicuje wykres funkcji <math>f(x) = a/x</math> dla danego <math>a</math>, korzysta ze wzoru i wykresu tej funkcji do interpretacji zagadnień związanych z wielkościami odwrotnie proporcjonalnymi;</p> <p>14) szkicuje wykresy funkcji wykładniczych dla różnych podstaw;</p> <p>15) posługuje się funkcjami wykładniczymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym.</p>	<p>1) na podstawie wykresu funkcji <math>y = f(x)</math> szkicuje wykresy funkcji <math>y =  f(x) </math>, <math>y = c \cdot f(x)</math>, <math>y = f(cx)</math>;</p> <p>2) szkicuje wykresy funkcji logarytmicznych dla różnych podstaw;</p> <p>3) posługuje się funkcjami logarytmicznymi do opisu zjawisk fizycznych, chemicznych, a także w zagadnieniach osadzonych w kontekście praktycznym;</p> <p>4) szkicuje wykres funkcji określonej w różnych przedziałach różnymi wzorami; odczytuje własności takiej funkcji z wykresu.</p>
--	---

### 5. Ciągi. Uczeń:

<p>1) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem ogólnym;</p> <p>2) bada, czy dany ciąg jest arytmetyczny lub geometryczny;</p> <p>3) stosuje wzór na <math>n</math>-ty wyraz i na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu arytmetycznego;</p> <p>4) stosuje wzór na <math>n</math>-ty wyraz i na sumę <math>n</math> początkowych wyrazów ciągu geometrycznego.</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) wyznacza wyrazy ciągu określonego wzorem rekurencyjnym;</p> <p>2) oblicza granice ciągów, korzystając z granic ciągów typu <math>1/n</math>, <math>1/n^2</math> oraz z twierdzeń o działaniach na granicach ciągów;</p> <p>3) rozpoznaje szeregi geometryczne zbieżne i oblicza ich sumy.</p>
---	---

<b>6. Trygonometria. Uczeń:</b>	
<p>1) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens kątów o miarach od <math>0^\circ</math> do <math>180^\circ</math>;</p> <p>2) korzysta z przybliżonych wartości funkcji trygonometrycznych (odczytanych z tablic lub obliczonych za pomocą kalkulatora);</p> <p>3) oblicza miarę kąta ostrego, dla której funkcja trygonometryczna przyjmuje daną wartość (miarę dokładną albo – korzystając z tablic lub kalkulatora – przybliżoną);</p> <p>4) stosuje proste zależności między funkcjami trygonometrycznymi:  <math>\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1</math>, oraz  <math>\sin(90^\circ - \alpha) = \cos \alpha</math></p> <p>5) znając wartość jednej z funkcji: sinus lub cosinus, wyznacza wartości pozostałych funkcji tego samego kąta ostrego.</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) stosuje miarę łukową, zamienia miarę łukową kąta na stopniową i odwrotnie;</p> <p>2) wykorzystuje definicje i wyznacza wartości funkcji sinus, cosinus i tangens dowolnego kąta o mierze wyrażonej w stopniach lub radianach (przez sprowadzenie do przypadku kąta ostrego);</p> <p>3) wykorzystuje okresowość funkcji trygonometrycznych;</p> <p>4) posługuje się wykresami funkcji trygonometrycznych (np. gdy rozwiązuje nierówności typu <math>\sin x &gt; a</math>, <math>\cos x \leq a</math>, <math>\operatorname{tg} x &gt; a</math>);</p> <p>5) stosuje wzory na sinus i cosinus sumy i różnicy kątów, sumę i różnicę sinusów i cosinusów kątów;</p> <p>6) rozwiązuje równania i nierówności trygonometryczne typu <math>\sin 2x = \frac{1}{2}</math>,  <math>\sin 2x + \cos x = 1</math>, <math>\sin x + \cos x = 1</math>, <math>\cos 2x &lt; \frac{1}{2}</math>.</p>
<b>7. Planimetria. Uczeń:</b>	
<p>1) stosuje zależności między kątem środkowym i kątem wpisanym;</p> <p>2) korzysta z własności stycznej do okręgu i własności okręgów stycznych;</p> <p>3) rozpoznaje trójkąty podobne i wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) cechy podobieństwa trójkątów;</p> <p>4) korzysta z własności funkcji trygonometrycznych w łatwych obliczeniach geometrycznych, w tym ze wzoru na pole trójkąta ostrokątnego o danych dwóch bokach i kącie między nimi.</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) stosuje twierdzenia charakteryzujące czworokąty wpisane w okrąg i czworokąty opisane na okręgu;</p> <p>2) stosuje twierdzenie Talesa i twierdzenie odwrotne do twierdzenia Talesa do obliczania długości odcinków i ustalania równoległości prostych;</p> <p>3) znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych w jednokładności (odcinka, trójkąta, czworokąta itp.);</p> <p>4) rozpoznaje figury podobne i jednokładne; wykorzystuje (także w kontekstach praktycznych) ich własności;</p> <p>5) znajduje związki miarowe w figurach płaskich z zastosowaniem twierdzenia sinusów i twierdzenia cosinusów.</p>
<b>8. Geometria na płaszczyźnie kartezjańskiej. Uczeń:</b>	
<p>1) wyznacza równanie prostej przechodzącej przez dwa dane punkty (w postaci kierunkowej lub ogólnej);</p> <p>2) bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań kierunkowych;</p> <p>3) wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci kierunkowej i przechodzi przez dany punkt;</p> <p>4) oblicza współrzędne punktu przecięcia dwóch prostych;</p> <p>5) wyznacza współrzędne środka odcinka;</p> <p>6) oblicza odległość dwóch punktów;</p> <p>7) znajduje obrazy niektórych figur geometrycznych (punktu, prostej, odcinka, okręgu, trójkąta itp.) w symetrii osiowej względem osi układu współrzędnych i</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) interpretuje graficznie nierówność liniową z dwiema niewiadomymi oraz układy takich nierówności;</p> <p>2) bada równoległość i prostopadłość prostych na podstawie ich równań ogólnych;</p> <p>3) wyznacza równanie prostej, która jest równoległa lub prostopadła do prostej danej w postaci ogólnej i przechodzi przez dany punkt;</p> <p>4) oblicza odległość punktu od prostej;</p> <p>5) posługuje się równaniem okręgu <math>(x - a)^2 + (y - b)^2 = r^2</math> oraz opisuje koła za pomocą nierówności;</p> <p>6) wyznacza punkty wspólne prostej i okręgu;</p> <p>7) oblicza współrzędne oraz długość wektora; dodaje i odejmuje wektory oraz mnoży je przez</p>

symetrii środkowej względem początku układu.	liczbę. Interpretuje geometrycznie działania na wektorach; 8) stosuje wektory do opisu przesunięcia wykresu funkcji.
<b>9. Stereometria. Uczeń:</b>	
<p>1) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między odcinkami (np. krawędziami, krawędziami i przekątnymi, itp.), oblicza miary tych kątów;</p> <p>2) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąt między odcinkami i płaszczyznami (między krawędziami i ścianami, przekątnymi i ścianami), oblicza miary tych kątów;</p> <p>3) rozpoznaje w walcach i w stożkach kąt między odcinkami oraz kąt między odcinkami i płaszczyznami (np. kąt rozwarcia stożka, kąt między tworzącą a podstawą), oblicza miary tych kątów;</p> <p>4) rozpoznaje w graniastosłupach i ostrosłupach kąty między ścianami;</p> <p>5) określa, jaką figurą jest dany przekrój prostopadłościanu płaszczyzną;</p> <p>6) stosuje trygonometrię do obliczeń długości odcinków, miar kątów, pól powierzchni i objętości.</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) określa, jaką figurą jest dany przekrój sfery płaszczyzną;</p> <p>2) określa, jaką figurą jest dany przekrój graniastosłupa lub ostrosłupa płaszczyzną.</p>
<b>10. Elementy statystyki opisowej. Teoria prawdopodobieństwa i kombinatoryka. Uczeń:</b>	
<p>1) oblicza średnią ważoną i odchylenie standardowe zestawu danych (także w przypadku danych odpowiednio pogrupowanych), interpretuje te parametry dla danych empirycznych;</p> <p>2) zlicza obiekty w prostych sytuacjach kombinatorycznych, niewymagających użycia wzorów kombinatorycznych, stosuje regułę mnożenia i regułę dodawania;</p> <p>3) oblicza prawdopodobieństwa w prostych sytuacjach, stosując klasyczną definicję prawdopodobieństwa.</p>	<p>spełnia wymagania określone dla zakresu podstawowego, a ponadto:</p> <p>1) wykorzystuje wzory na liczbę permutacji, kombinacji, wariacji i wariacji z powtórzeniami do zliczania obiektów w bardziej złożonych sytuacjach kombinatorycznych;</p> <p>2) oblicza prawdopodobieństwo warunkowe;</p> <p>3) korzysta z twierdzenia o prawdopodobieństwie całkowitym.</p>
<b>11. Rachunek różniczkowy. Uczeń:</b>	
	<p>1) oblicza granice funkcji (i granice jednostronne), korzystając z twierdzeń o działaniach na granicach i z własności funkcji ciągłych;</p> <p>2) oblicza pochodne funkcji wymiernych;</p> <p>3) korzysta z geometrycznej i fizycznej interpretacji pochodnej;</p> <p>4) korzysta z własności pochodnej do wyznaczenia przedziałów monotoniczności funkcji;</p> <p>5) znajduje ekstrema funkcji wielomianowych i wymiernych;</p> <p>6) stosuje pochodne do rozwiązywania zagadnień optymalizacyjnych.</p>